Matematyka i miłość

1. Często wydaje nam się, że matematyka jest nauką racjonalną i nie ma nic wspólnego z miłością. Natomiast uczucia chętnie zamykamy w wierszach. A czy nie dałoby się połączyć miłości, matematyki i poezji? Spójrzmy, jak można mówić o miłości operując matematycznymi pojęciami i układając słowa w wiersz:

Matematyka miłości

Liczbami opiszę uczucia
Gdy będę niepewna miłości
Później wyciągnę pochodną
By smutki zamienić w radości

Różniczką się trochę pobawię
Gdy duszę trawią tęsknoty
Bo życie jest takie brzydkie
Trzeba nabrać na nie ochoty

Medianę wyciągnę z obawy
Pewnością wtedy skutkuje
Silnia pomnoży mi siły
Gdy w sercu już wiary brakuje

Gdy kiedyś zaboli mnie słowo
Kwartylem podeprę serce
Zamienię łzy moje w uśmiech
I z nich parabolę wykreślę

Więc miłość ma punkty zerowe
Wykres i swoje granice
Łatwo jest wszystko obliczyć
Gdy patrzę znów w Twoje źrenice

W Twych oczach się wszystko zaczyna
Jest stąd do nieskończoności
Granica mojego cudu
W nich funkcja jest mojej miłości

autor: Nula.Mychaan http://wiersze.kobieta.pl/wiersze/matematyka-milosci-96220

A dla fanów trygonometrii inny wierszyk:

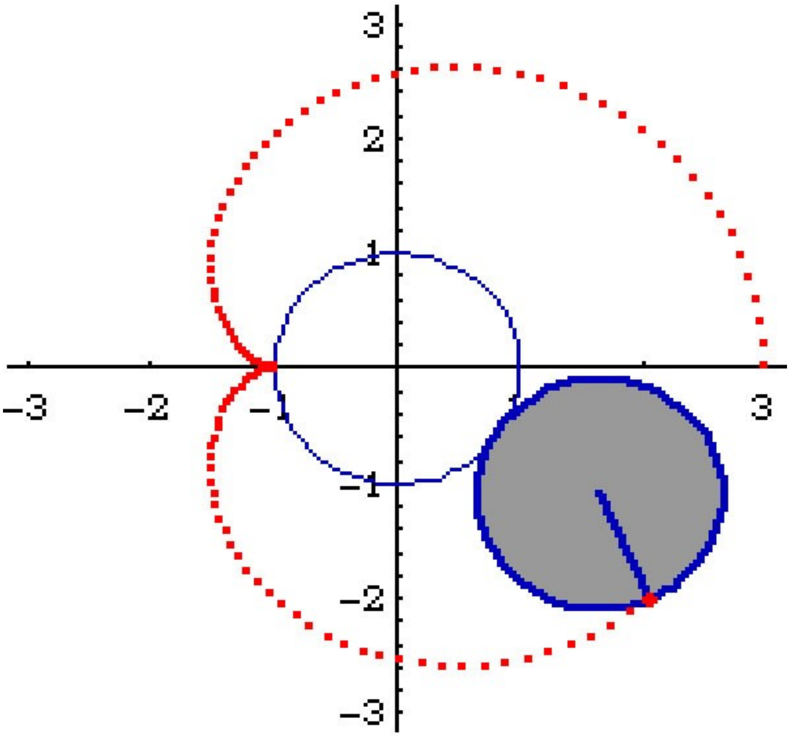
Ale laska!

Zazdrościł Sinus Tangensowi córki Asymptoty,
Jak wąż wił się z miłości, ułożył erotyk.
Szanowny Tangensie, zakończ mą udrękę,
Dziad Trygonom się zgadza, więc daj mi jej rękę.
Zebrał argumenty, przygotował dane do ślubnego aktu...
Nic z tego -- rzecze Tangens. Nie mam z nią kontaktu.

http://www.serwis-matematyczny.pl/static/st_rozrywka_wiersze_swieto_matematyki.php#Milosc_na_korepetycjach

2. Najbardziej znanym symbolem miłości jest **serce**.

Czy wśród krzywych matematycznych znajdziemy również taką w kształcie serca? Okazuje się, że tak. Jest nią **kardioida** (gr. kardia – serce; eidos – kształt). Jest to krzywa, którą zakreśla ustalony punkt okręgu toczącego się bez poślizgu po zewnętrznym obwodzie innego nieruchomego okręgu o tym samym promieniu. Spójrzcie:



„Kardioida” Bogdan Miś
http://archiwum.wiz.pl/1997/97102800.asp

Zastanówcie się, czy kardioida jest wykresem funkcji? (odpowiedź na końcu artykułu)

Kardioidę można opisać równaniem:

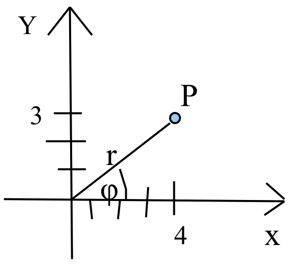
$$(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$$

gdzie „a” jest promieniem toczącego się koła.

Powyższe równanie wykorzystuje współrzędne kartezjańskie, czyli takie, którymi najczęściej się posługujemy w szkole. Układ współrzędnych z parą prostopadłych osi wprowadził francuski filozof, matematyk i fizyk – Kartezjusz (wł. Rene' Descartes 1596 – 1650). Współrzędne kartezjańskie mówią nam o ile jednostek mamy się przesunąć w lewo lub w prawo (współrzędna x) oraz o ile przesunąć się w górę lub w dół (współrzędna y), aby dostać się do ustalonego punktu. Np. współrzędne punktu P(4,3) oznaczają, że aby dostać się do tego punktu, muszę z początku układu współrzędnych przesunąć się o 4 jednostki w prawo i 3 jednostki w górę.

Zazwyczaj jednak, jeśli chcemy komuś pokazać, jak dotrzeć do określonego punktu, wystarczy wskazać kierunek i powiedzieć, jak daleko trzeba w tym kierunku iść. Inaczej mówiąc wystarczy powiedzieć, o jaki kąt mamy się obrócić (oznaczmy go φ) oraz jak daleko mamy iść w zadanym kierunku (r) . Dany punkt może więc być przedstawiony jako para (φ, r). Są to **współrzędne biegunowe.**

Spójrzmy na przykład:



W tym przykładzie $\varphi = 37^0$
$r = 5$

Jak będzie wyglądało równanie kardioidy w układzie współrzędnych biegunowych? Czy będzie miało prostszą postać czy bardziej skomplikowaną niż kartezjańskie?

Wykorzystamy definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta:

$r^2 = x^2 + y^2$, $\quad sin\varphi = \frac{y}{r}$, stąd $y = r\sin\varphi$

$cos\varphi = \frac{x}{r}$, stąd $x = r\cos\varphi$

$tg\varphi = \frac{y}{x}$

Zapiszmy równanie kartezjańskie:

$\mathbf{(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)}$ a następnie wykorzystajmy powyższe zależności:

$(r^2 - 2ar\cos\varphi)^2 = 4a^2r^2$ pierwiastkujemy obustronnie i otrzymujemy:

$r^2 - 2ar\cos\varphi = 2ar$, dzielimy obustronnie przez r (możemy, bo r nie jest zerem)

$r - 2a\cos\varphi = 2a$, Stąd:

$r = 2a + 2a\cos\varphi$
$r = 2a(1 + \cos\varphi)$

Zatem równanie **kardioidy** w układzie współrzędnych biegunowych ma postać:

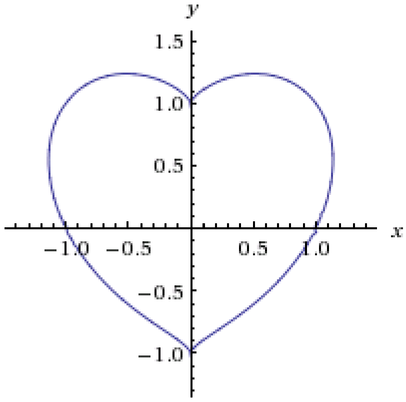
$$\mathbf{r = 2a(1 + \cos\varphi)}$$

Prawda, że dużo prostsze niż kartezjańskie?

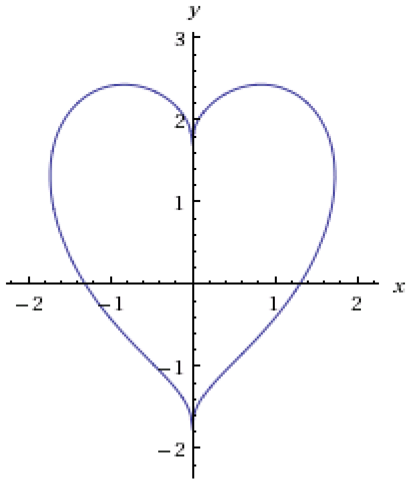
Pole powierzchni ograniczonej kardioidą wynosi $\mathbf{P = 6\pi a^2}$ a obwód $\mathbf{L = 16a}$.
Pole powierzchni obrotowej powstałej z obrotu dokoła osi symetrii łuku kardioidy ma wartość $Pc = \frac{128\pi a^2}{5}$, natomiast objętość bryły ograniczonej tą powierzchnią $V = \frac{64\pi a^3}{3}$.

3. Inne krzywe opisujące serce.

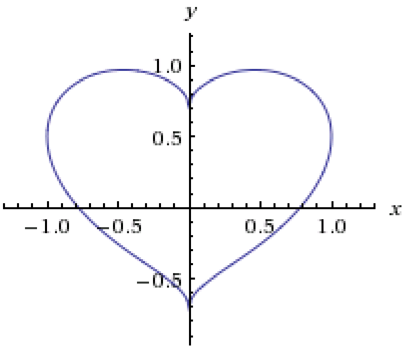
Poniżej podaję kilka przykładów równań opisujących serce wraz z ilustracją graficzną:



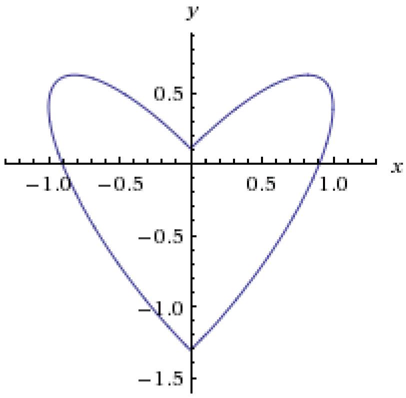
$(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2y^3 = 0$



$x^2+(y-\sqrt{|x|})^2=3$



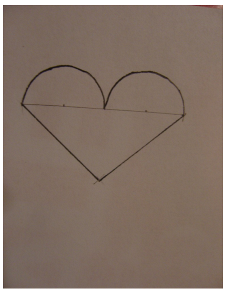
$x^2+2(y-0,5\sqrt{|x|})^2=1$

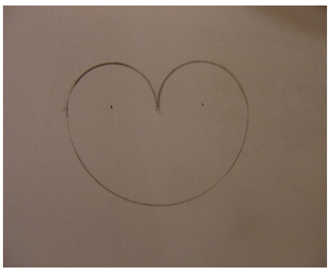


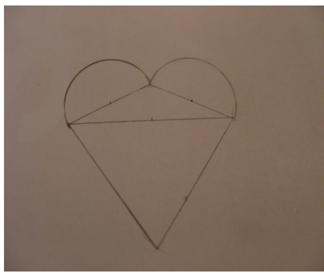
$x^2+2(\frac{3}{5}-\sqrt{x^2+y^2})^2-1=0$

Wszystkie powyższe przykłady pochodzą z artykułu „Równania miłości" Tomasza Grębskiego ;wiz.pl/8,1665.html/#

4. Serca możemy również budować z **figur geometrycznych**, np.:







źródło:opracowanie własne

a)trójkąt równoramienny i dwa półkola

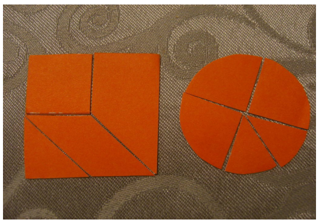
b) 3 półkola

c) dwa trójkąty równoramienne i dwa półkola

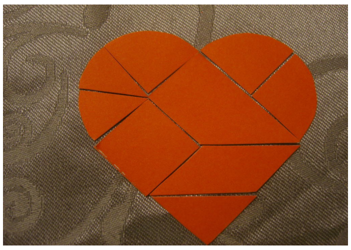
Ciekawa jest też odmiana **tangramu** – serce.

Tangram – chińska łamigłówka (układanka) znana od ok 3000 lat. Składa się z 7 elementów w postaci figur geometrycznych powstałych przez rozcięcie kwadratu. Układa się z nich różne figury.

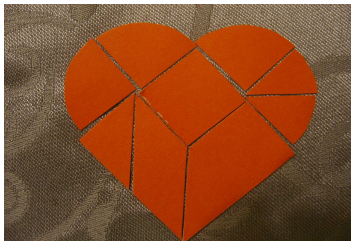
Spróbujmy pobawić się i ułożyć na różne sposoby serce z następujących figur powstałych przez rozcięcie kwadratu i koła :



Serce możemy ułożyć np. tak:



lub tak:

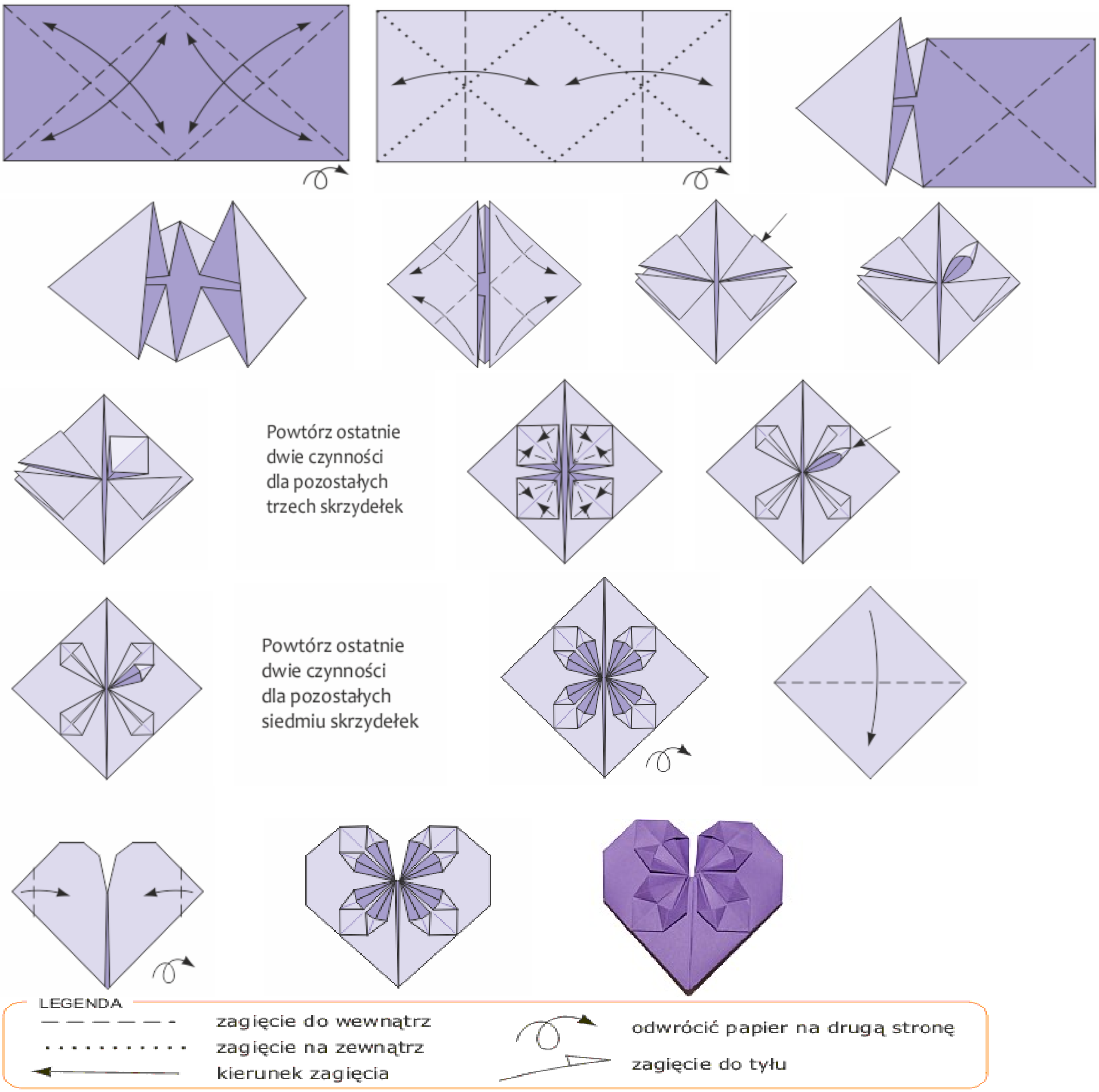


źródło: opracowanie własne

Oczywiście jest więcej sposobów, które pozostawiam Wam do odkrycia. A może ułożycie jeszcze inne figury z tych elementów?

5. Dla tych, którzy lubią działać bardziej niż „główkować”, przedstawiam **serce – origami**. Każdy może je złożyć samodzielnie. Będzie to serce z kwiatkiem:

Wykonujemy go z połowy kartki kwadratowej.



origami pochodzi z artykułu „Trzy serca” Ewy Karolczak , www.matematyka.wroc.pl/doniesienia/trzy-serca

6. I jeszcze coś dla estetów - **haft matematyczny** (strukturalny). Dzięki niemu można łatwo wykonać samodzielnie walentynkę np. taką:

źródło: opracowanie własne

Sposób wykonania haftu matematycznego znajdziecie na stronie http://moj-dom-rozany.blogspot.com/2011/06/serduszko-w-hafcie-matematycznym.html

7. Miłość i matematykę udało się również połączyć w **filmie** – np. „Obrzędy miłości i matematyki” („Rites of Love and Math”), którego współtwórcą jest Edward Frenkel.

Film opowiada o tym, że pewien matematyk znalazł wzór na miłość. Doszedł jednak do wniosku, że ten wzór może być wykorzystany zarówno w dobrych, jak i złych intencjach. Dlatego postanowił go ukryć, aby nie dostał się w niepowołane ręce i w tym celu wytatuował formułę na ciele ukochanej kobiety.

Edward Frenkel - Rosjanin żydowskiego pochodzenia jest profesorem matematyki na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley, laureatem Nagrody im. Hermanna Weyla. Należy do najwybitniejszych matematyków XXI wieku. Obecnie jest członkiem najważniejszych zespołów naukowych pracujących nad takimi zagadnieniami, jak dualizm kwantowy, teoria symetrii czy też (przede wszystkim) program Langandsa. Oprócz pracy naukowej Frenkel zajmuje się intensywnie popularyzacją matematyki.

Mam nadzieję, że po przeczytaniu tego artykułu macie pewność, że wbrew pozorom matematykę i miłość coś jednak łączy.

W marcu (a dokładnie 14. marca) przypada Dzień Liczby π, dlatego właśnie o tej liczbie opowiem w kolejnym artykule .

Źródła:

- Encyklopedia PWN
- „ Równania miłości” Tomasz Grębski – Wiedza i Życie www.wiz.pl/8,1665.html/
- www.swiatmatematyki.pl/index.php?p=170
- https://pl.khanacademy.org/math/precalculus/parametric_equations
- „Miłość i matematyka. Istota ukrytej rzeczywistości” - Edward Frenkel, Prószyński i S-ka, 2015

Odpowiedź na pytanie: „Czy kardioida jest wykresem funkcji?”:

Oczywiście nie jest. Funkcja to odwzorowanie, które każdemu argumentowi x przyporządkowuje dokładnie jedną wartość. W przypadku kardioidy wielu argumentom odpowiadają po dwie wartości.