

Liczby Fibonacciego w przyrodzie

Ostatni artykuł był ściśle matematyczny. Dziś chciałabym pokazać, że matematyka występuje powszechnie w przyrodzie i naszym życiu codziennym.

1. Drzewo genealogiczne trutnia

Fibonacci odkrył swój niezwykle ciekawy ciąg liczbowy rozwiązując zagadkę dotyczącą rozmnażania królików. Wejdźmy teraz do świata owadów, a dokładniej do świata bardzo pożytecznych pszczoł. Najpierw przypomnę kilka informacji dotyczących ich życia.

Wiemy wszyscy, że **pszczola miodna** jest owadem społecznym. Charakteryzuje się wysoko wyspecjalizowanym

podziałem funkcji w rodzinie (matka pszczela, robotnice, trutnie). Zadaniem matki pszczelej jest przedłużenie gatunku. Po unasiennieniu składa dwa rodzaje jaj: **zapłodnione** (z których powstają **robotnice** i **matki pszczele**) oraz **niezapłodnione**, z których powstają **trutnie**.

Robotnice czyszczą komórki pszczele, karmią czerw, przerabiają surowce pokarmowe na miód i pierzę, budują z wosku plastry, bronią gniazda przed wrogiem, znoszą do gniazda nektar, spadź, pyłek, wodę. Trutnie są grubsze od robotnic, a także mocniej zbudowane.

Nie mają natomiast wola, żądła, koszyczków na pyłek, gruczołów woskowych i zapachowych. Lecącego trutnia jest dość łatwo rozpoznać – zamiast bzyczenia wydaje z siebie grube burczenie. Jedynym życiowym celem trutni wydaje się być zapłodnienie matki pszczelej (królowej), ponieważ odbyciu kopulacji ginie.

Przyjrzyjmy się teraz **drzewu genealogicznemu trutnia** (schemat poniżej - rys1). Pamiętajmy, że powstał on z niezapłodnionego jaja (partenogeneza), ma więc tylko matkę. Natomiast ona musiała już mieć i matkę i ojca, dlatego w trzecim wierszu są już dwa symbole (samca i samicy). Schemat powtarza się w kolejnych pokoleniach – bezpośrednim przodkiem każdego trutnia jest samotna samica, a każda samica ma dwoje rodziców.

Poniższa tabela zawiera zestawienie liczby pszczoł w kolejnych pokoleniach:

samice	0	1	1	2	3	5
trutnie	1	0	1	1	2	3
wszystkie pszczoły	1	1	2	3	5	8

Itđ.

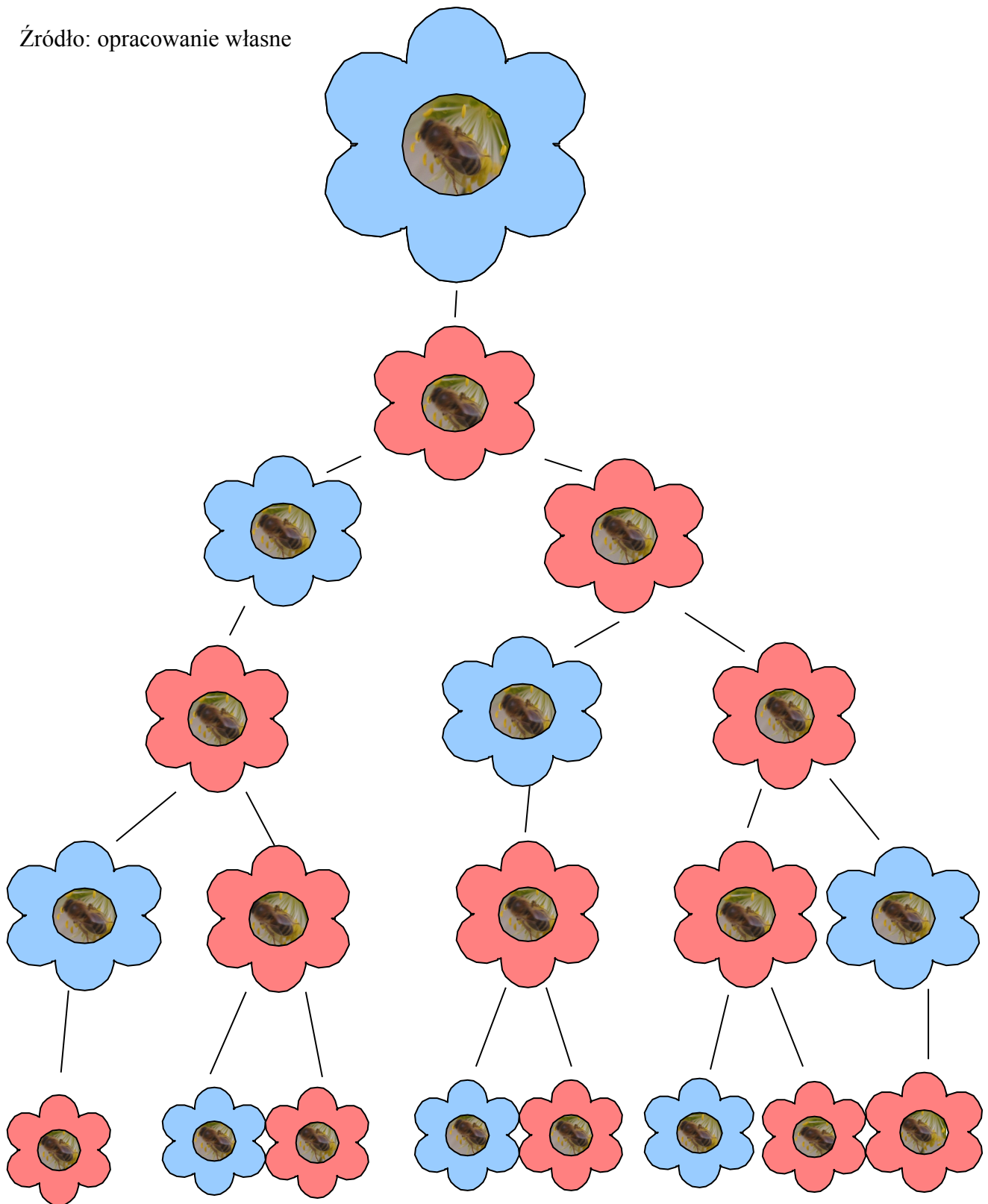


Pszczoła miodna

Źródło: opracowanie własne

Rys.1. Drzewo genealogiczne trutnia (fragment).
Niebieskim kwiatkiem oznaczono samca (trutnia) a różowym – samicę.

Źródło: opracowanie własne



2. Liczby Fibonacciego wśród roślin



Źródło : wikimedia commons

512px-Larix_x_marschlinsii_-_szyszka_558,

jodła koreańska

Źródło: opracowanie własne

Drzewa iglaste oraz ich szyszki występują w różnych odmianach. Sporofile szyszek ułożone są tak, że można wyróżnić dwa wyraźne kierunki skreślenia. W większości przypadków **liczba spiral** w jednym kierunku oraz liczba spiral w drugim kierunku są **kolejnymi wyrazami ciągu Fibonacciego**.



Szyszka świerka pospolitego ma 13 spiral w jednym kierunku i 8 w drugim, szyszka modrzewia 5 i 3, a sosny 5 i 8. Sprawdźcie sami na prawdziwych szyszkach.

Spiralne skręty znajdziemy nie tylko w szyszkach, ale i w „środkach” kwiatów różnych roślin, a szczególnie z rodziny obrazkowatych. Wywodzą się z niej np. alokazja, anturium, skrzydłokwiat, difenbachia. U obrazkowatych najczęściej występuje układ 5 i 8 (czyli 5 spiral w jednym kierunku i 8 w drugim).

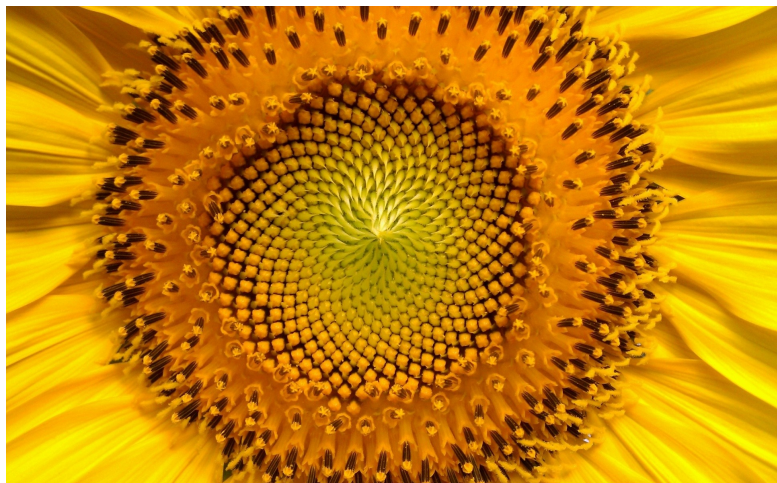


Źródło: jastrun właściwy wikipedia

Leucanthemum_x_superbum_'Becky'_in_NH

Kwiaty margerytki (jastrun właściwy) mają po 21 i 34 spirale.

Z kolei w kwiatkach słonecznika możemy znaleźć różne układy spiralne. Z reguły starsze rośliny mają większą liczbę skręceń, ale zawsze są one wyrazami ciągu Fibonacciego. Najczęściej spotyka się liczby skręceń takie, jak: 13(w spiralach lewoskrętnych) i 21 (w spiralach prawoskrętnych), 21 i 34, 34 i 55, 55 i 98.



słonecznik public domain tournesol-fleur-jaune-helianthus-1456500997UBn



słonecznik sunflower-606556_960_720

Okazuje się, że u większości rodzajów roślin **liczba płatków** też jest jednym z **wyrazów ciągu Fibonacciego**..



Trzykrotka.

źródło: opracowanie własne

Liczba płatków: **3**



Śnieżyczka przebiśnieg
Liczba płatków: 3

źródło: opracowanie własne



Hibiscus
Liczba płatków: 5

źródło: opracowanie własne



Kwiat jabłoni

źródło: opracowanie własne

Liczba płatków: 5



Kwiat gruszy

źródło: opracowanie własne

Liczba płatków: 5



Niezapominajka

źródło: opracowanie własne

Liczba płatków: 5

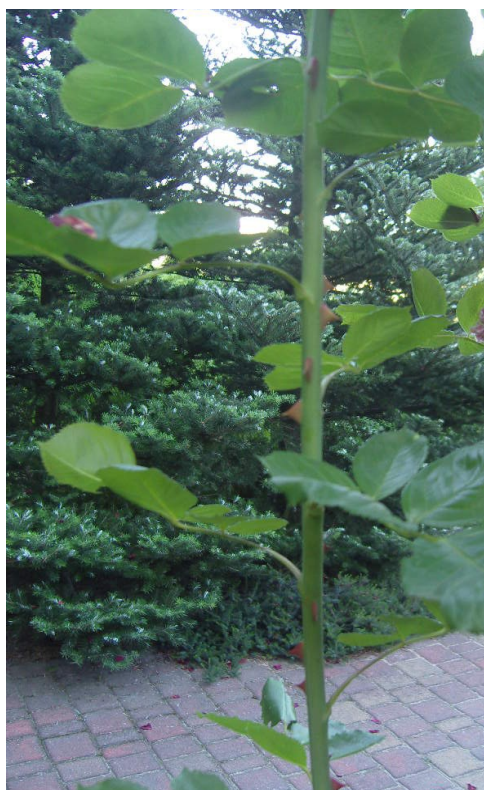


Onętek

źródło: opracowanie własne

Liczba płatków: 8

Przejdźmy teraz do ulistnienia, czyli układu liści na łodygach. Interesować nas będą rośliny o ulistnieniu skrętoległym.



Znajdź kwiat, który nie został przycięty i określ położenie najniższego z liści. Następnie, poczynając od niego policz, ile obrotów trzeba wykonać wokół łodygi, żeby przechodząc przez kolejne rosnące wyżej liście, dotrzeć do następnego ułożonego tak samo, jak pierwszy (czyli będącego dokładnie nad nim i wskazującego ten sam kierunek). Linia poprowadzona między kolejnymi liśćmi tworzy helisę (spirale). Okazuje się, że **liczba obrotów** jest jednym z wyrazów ciągu Fibonacciego, podobnie jak **liczba mijanych „po drodze” liści**.

Układ liści skrętoległych opisywany jest za pomocą **dywergencji**. Jest to stosunek liczby obrotów do liczby mijanych liści. Ułamek ten pomnożony przez 360° daje wartość **kąta dywergencji**, który jest zazwyczaj bliski złotemu kątowi ($137,5^\circ$).

Niektóre ze spotykanych w przyrodzie dywergencji to:

$\frac{1}{2}$ - wiązy, lipy, niektóre trawy,

$\frac{3}{8}$ - astry, kapusta, topole, grusze, niektóre odmiany róż

$\frac{1}{3}$ - olchy, brzozy, turzyca, buki, jeżyny, leszczyny

$\frac{2}{5}$ - róże, dęby, morele, wiśnie, jabłonie, starzec zwyczajny

$\frac{8}{21}$ - jodły, świerki

$\frac{5}{13}$ - wierzby, migdałowce

$\frac{13}{34}$ - niektóre sosny

ulistnienie skrętoległe

Źródło: opracowanie własne

astry

Źródło:
opracowanie
własne



Podalam powyzej tylko kilka przykladow, gdzie mozemy znalezc liczby Fibonacciego. Jak widać są one wszechobecne w przyrodzie, co potwierdza ich wyjątkowy charakter.

Zachęcam do samodzielnych poszukiwań matematyki wszędzie: w przyrodzie, w życiu codziennym, w architekturze, w społeczeństwie – w mniejszej i większej skali.

Do ciągu Fibonacciego powrócimy w przyszłym roku szkolnym.

Źródła:

- „Niezwyczajne liczby Fibonacciego. Piękno natury, potęga matematyki”- Alfred S. Posamentier, Ingmar Lehmann, przeł Julia Szajkowska, wyd Prószyński i S-ka 2014
- www.portalpszczelarski.pl/artukul/40/truten_-_samiec_pszczoly_miodnej.html
- www.atlas-roslin.pl/pedy-roslin-ulistnienie.htm
- Encyklopedia PWN