Co łączy te krzywe ? (cz.2)

W ostatnim artykule zajęliśmy się okręgiem i elipsą. Teraz czas na kolejną oryginalną krzywą **– parabolę.**

Most Golden Gate w San Francisco, źródło: http://maxpixel.freegreatpicture.com/Golden-Gate-Bridge-Bay-San-Francisco-California-690346

Odpowiemy sobie na kilka pytań:

1, Dlaczego ta krzywa jest niezwykła?

Chociażby dlatego, że ma **moc skupiania** . Każda paraboloiczna krzywa lub powierzchnia może przyjąć strumień równoległych promieni i skupić je wszystkie w jednym punkcie, zwanym **ogniskiem** paraboli. Zjawisko to jest użyteczne wszędzie tam, gdzie trzeba wzmocnić fale świetlne lub dźwiękowe albo inne sygnały. Na przykład szpiedzy oraz instytucje dbające o nasze bezpieczeństwo interesują się paraboloicznymi mikrofonami, dzięki którym można podsłuchać rozmowy odbywające się szeptem. Takie mikrofony mogą również być przydatne podczas nagrywania śpiewu ptaków lub innych odgłosów zwierząt. Podobnie anteny paraboloiczne wzmacniają fale radiowe i dlatego telewizyjne anteny satelitarne mają taki charakterystycznie wygięty kształt.

Zjawisko skupiania promieni jest użyteczne również w sytuacji odwrotnej. Jeśli chcemy skierować strumień światła w jedną stronę np. w światłach samochodowych, to zwykłą żarówką nie osiągniemy zamierzonego rezultatu, gdyż zbyt dużo światła rozproszy się we wszystkie strony. Jeśli natomiast zwykłą żarówkę umieścimy w ognisku paraboloicznego reflektora, to wszystkie promienie wychodzące z żarówki po odbiciu od powierzchni reflektora będą równoległe, utworzą jednokierunkowy strumień.

2. Jak określa się parabolę? Co ją charakteryzuje?

Wiemy już, że każda parabola ma szczególny punkt – ognisko. Okazuje się, że krzywa ta ma również **kierownicę** – jest nią pewna szczególna prosta.

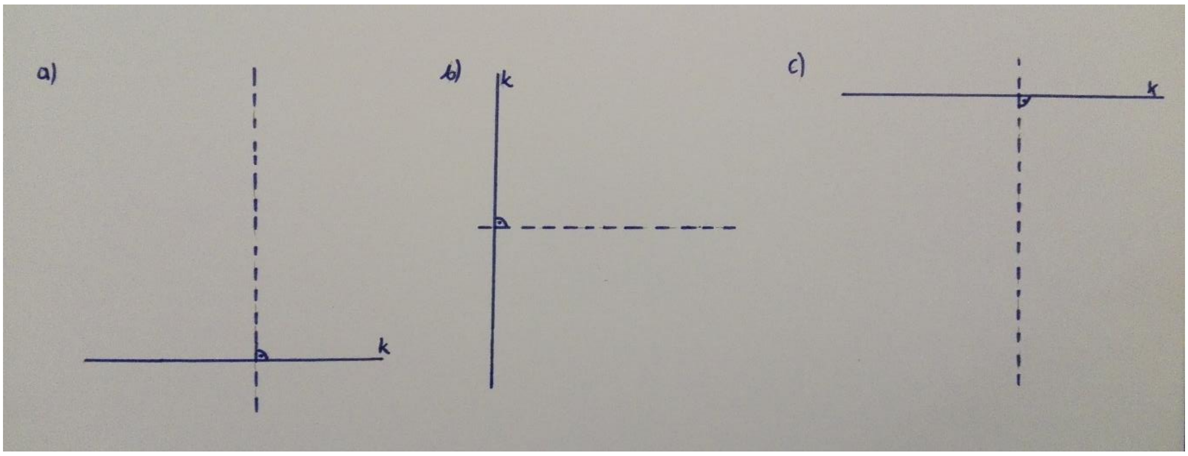
Parabola to zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od ustalonego punktu F (ogniska paraboli) jest równa odległości od ustalonej prostej k (kierownicy paraboli), niezawierającej punktu F.

Jako ciekawostkę dodam, że powyższą charakterystykę paraboli przypisuje się Pappusowi z Aleksandrii (III- IV w.).

3. jak skonstruować parabolę?

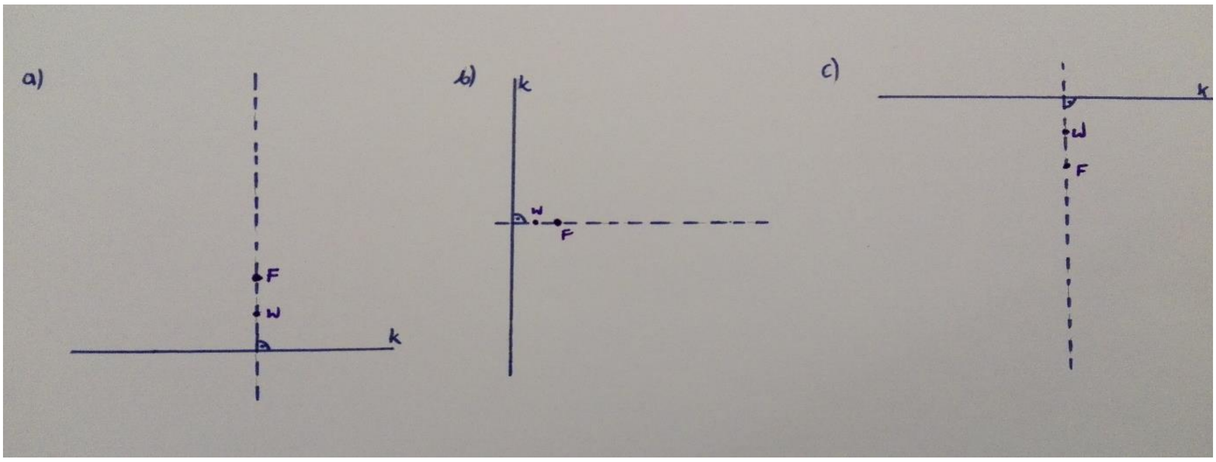
W tym celu należy postępować zgodnie z poniższym opisem (rozważymy tu trzy przypadki):

1). Narysuj kierownicę k i prostą do niej prostopadłą – oś symetrii paraboli.



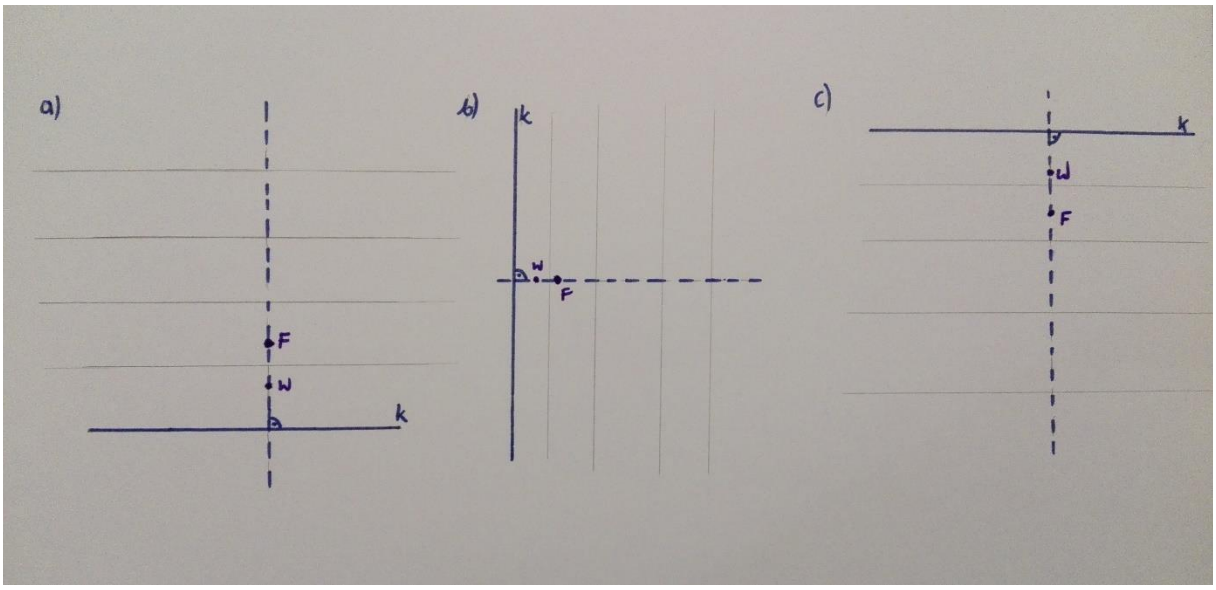
źródło: opracowanie własne

2) Na osi symetrii obierz punkt F – ognisko paraboli i zaznacz wierzchołek paraboli w połowie odległości między ogniskiem a kierownicą.



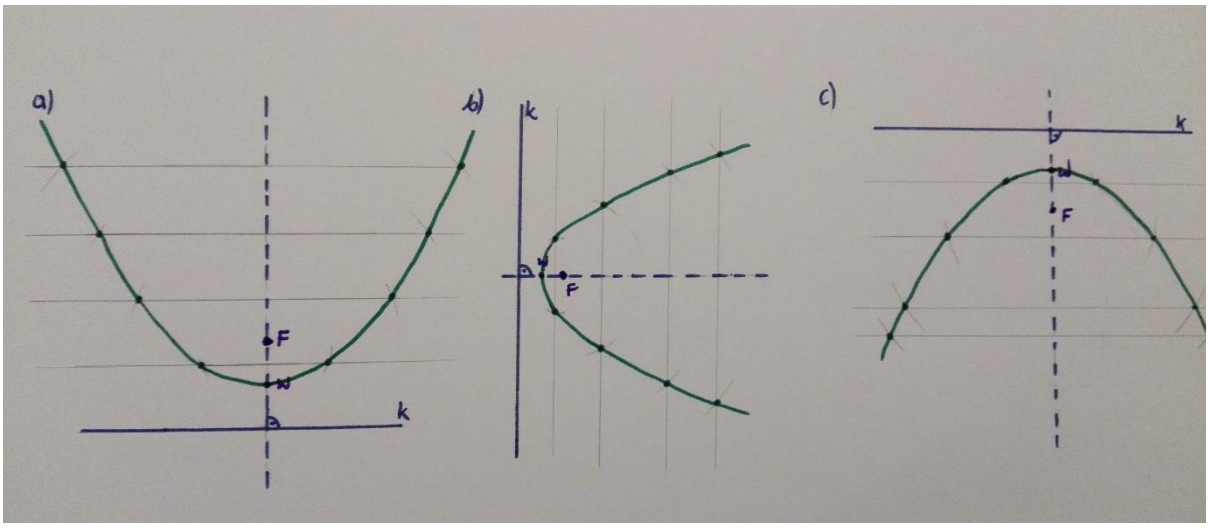
źródło: opracowanie własne

3) Po tej samej stronie wierzchołka, po której znajduje się ognisko , narysuj kilka prostych równoległych do kierownicy.



źródło: opracowanie własne

4) Odmierz cyrklem odległość każdej z narysowanych prostych od kierownicy, a następnie narysuj łuk okręgu o środku w punkcie F i promieniu równym tej odległości – punkty przecięcia łuku z daną prostą należą do paraboli.



źródło: opracowanie własne

4. Jak wygląda równanie paraboli?

Równanie kanoniczne paraboli o wierzchołku W(0,0) ma postać: $y^2 = 2px$ (lub $x^2 = 2py$), gdzie p, zwane parametrem paraboli oznacza odległość ogniska F od kierownicy k.

Natomiast równanie kanoniczne paraboli o wierzchołku $W(x_w, y_w)$ wygląda następująco:

$$(y - y_w)^2 = 2p(x - x_w)^2 \text{ , dla } p > 0.$$

Przyjrzyjmy się paraboli, której kierownicą jest prosta y = - r , a ogniskiem punkt F(0, r). jest ona określona za pomocą równania :

$$y = \frac{1}{4r} x^2$$

Na przykład: kierownica $y = -\frac{1}{4}$; ognisko F(0, $\frac{1}{4}$); równanie paraboli: $y = x^2$.

Spróbujcie podać równanie paraboli, której kierownicą jest prosta $y = \frac{1}{2}$ a ogniskiem punkt $F(\,0, -\,\frac{1}{2})$.

A jakie równanie ma kierownica paraboli $y = 2x^2$? Jakie są współrzędne jej ogniska?

5. Gdzie w życiu codziennym spotkamy parabolę?

Oto kilka przykładów zastosowań paraboli:

a) Obiekty rzucane w górę
Dowolny obiekt rzucony w górę (pod kątem różnym od 90^o) zakreśli w powietrzu parabolę. Możemy to zaobserwować w fontannach, podczas rzutu piłką do kosza, oglądając wyskoki z wody delfinów.

Paryż, źródło : opracowanie własne

b) Telekomunikacja – anteny satelitarne.
c) Znaki rozpoznawcze, logotypy, np. McDonald's

źródło: Wikimedia Common

d) Architektura – np Gateway Arch – obiekt architektoniczny w kształcie 192-metrowej paraboli, który znajduje się w Saint Luis w USA

Źródło: Wikipedia

Poszukajcie parabol dookoła siebie. Na pewno znajdziecie wiele różnych ciekawych przykładów. W następnym artykule opowiem trochę o hiperboli.

Źródła:

- „ Szczęśliwy X. Matematyka na co dzień” - Strogatz Steven**;** Dom Wydawniczy PWN 2015
- „Krzywe stożkowe w codziennym życiu” – Tomasz Grębski; „Matematyka. Czasopismo dla nauczycieli” nr 5/2015.

- „Encyklopedia PWN”

- „Matematyka 1. Podręcznik dla szkół ponadgimnazjalnych. Zakres podstawowy i rozszerzony” – W. Babiański, L. Chańko, D. Ponczek.

Odpowiedzi:

Równanie paraboli : $y = -\frac{1}{2}x^2$

Kierownica : $y = -\frac{1}{8}$; ognisko $F(\,0,\ \frac{1}{8})$